

- ۱ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.  
 الف)  $(-2, 3) \in 0/2$   
 ب) دنباله  $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, \dots$  یک دنباله هندسی است.  
 پ) اگر مجموعه  $C$  دارای یک زیرمجموعه نامتناهی باشد، آن گاه  $C$  حتماً یک مجموعه نامتناهی است.  
 ت) اگر  $\mathbb{Z}$  مجموعه مرجع باشد، آن گاه  $(\mathbb{Z} - W)' = \mathbb{N}$  است.

- ۲ جای خالی را با عبارت‌های مناسب تکمیل کنید.  
 الف)  $(-\infty, 5) - [-1, 5]$  مجموعه‌ای است ..... (متناهی یا نامتناهی).  
 ب) حاصل  $(\mathbb{Q} - \mathbb{Q}^c) \cup (\mathbb{Q}^c - \mathbb{Q})$  برابر است با مجموعه .....  
 پ) متمم مجموعه  $\{0\} - [-2, 1]$  روی محور اعداد حقیقی به صورت ..... می‌باشد.  
 ت) اگر  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی باشد، آن گاه مجموعه  $B - A$  مجموعه‌ای ..... است.  
 ۳ اگر حاصل  $[0, 2] - [0, 2] \cap (-\infty, 1) - [-6, 4]$  به صورت بازه  $[a, b]$  باشد، حاصل  $a - b$  را به دست آورید. (نوشتن مراحل لازم است).  
 ۴ حاصل متمم  $[A' \cap (A' \cup B)] - (A - B)$ ، نسبت به مجموعه مرجع را به دست آورید.

- ۵ در یک مدرسه ۲۲ نفری، ۸۲ نفر ساعت در دست دارند و ۷۹ نفر عینک می‌زنند و ۵۴ نفر هم عینک می‌زنند و هم ساعت در دست دارند. چند نفر:  
 الف) حداقل یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟  
 ب) فقط ساعت در دست دارند؟  
 پ) دقیقاً یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟  
 ت) نه ساعت می‌بندند و نه عینک می‌زنند؟

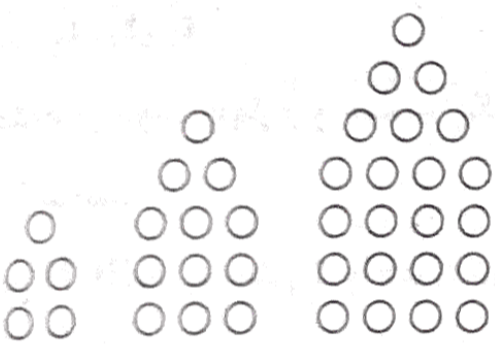
- ۶ فرض کنیم  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشد به طوری که  $n(U) = 120$ ،  $n(A) = 75$ ،  $n(B) = 50$  و  $n(A \cap B) = 35$  مطلوب است:

ب)  $n(A \cap B')$

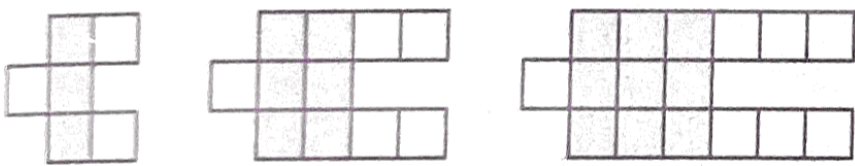
الف)  $n(A \cup B)$

ت)  $n(A' \cap B')$

پ)  $n(A' \cap B)$



- ۷ با توجه به الگوی مقابل تعداد دایره‌ها در شکل یازدهم چه قدر است؟



- ۸ در الگوی مقابل:

الف) الگوی مربع‌های سیاه را بنویسید.

ب) الگوی مربع‌های سفید را بنویسید.

پ) وقتی کل مربع‌ها برابر ۱۰۶ تا باشد، تعداد مربع‌های سفید چه قدر است؟

- ۹ شش جمله اول از دنباله بازگشتی با اطلاعات زیر را بنویسید.  
 $F_1 = 1$ ،  $F_2 = 1$ ،  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

- ۱۰ برای دنباله زیر جمله عمومی را بنویسید.  
 $5, 12, 22, 35, 51, \dots$

- ۱۱ در یک دنباله حسابی اگر  $a_5 - a_4 = 20$  و قدرنسبت ۴ باشد، دنباله را مشخص کنید.

- ۱۲ واسطه حسابی دو عدد  $\sqrt{8}$  و  $\sqrt{128}$  چند برابر واسطه مثبت هندسی آنهاست؟

- ۱۳ جمله عمومی یک دنباله هندسی  $a_n = \frac{3}{2 \times 3^n}$  است. قدرنسبت آن را پیدا کنید.

- ۱۴ در یک دنباله هندسی، مجموع معکوس جملات هفتم و نهم برابر ۵ و حاصل ضرب جملات پنجم و یازدهم برابر  $\frac{1}{4}$  می‌باشد. جمله اول و قدرنسبت مثبت دنباله چه قدر است؟

- ۱۵ بین دو عدد ۸۱ و ۶۲۵ سه عدد مثبت چنان قرار دهید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند.

- ۱۶ سه عدد تشکیل دنباله حسابی داده‌اند. اگر مجموع آن‌ها ۱۵ و مجموع مربعاتشان ۱۰۷ باشد، آن سه عدد را بیابید.

جای خالی را با عبارتهای مناسب تکمیل کنید.

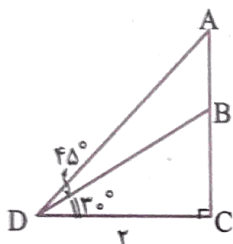
الف) اگر نقطه  $(-\frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}})$  روی دایره مثلثاتی باشد،  $\sin \theta = \dots\dots\dots$

ب) اگر  $\cos^2 \theta \tan \theta > 0$  و  $\sin \theta < 0$  باشد،  $\theta$  در ربع  $\dots\dots\dots$  است.

پ) اگر  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3}$  باشد،  $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \dots\dots\dots$

ت) زاویه خط  $y = \sqrt{3}x + b$  با جهت مثبت محور  $x$ ها برابر  $\dots\dots\dots$  است.

در شکل مقابل طول  $AB$  را بیابید.



مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر ۱۰ داریم که در آن کسینوس یک زاویه حاده  $8/10$  است. مساحت مثلث را به دست آورید.

می‌دانیم نقطه  $P(\frac{1}{\sqrt{7}}, \sqrt{\frac{6}{7}})$  روی دایره مثلثاتی قرار دارد. نسبت‌های مثلثاتی زاویه به دست آمده را مشخص کنید.

حداقل و حداکثر عبارت  $2 - 3 \sin^2 x$  را به دست آورید.

اگر  $30^\circ < \alpha < 120^\circ$  و  $\sin \alpha = \frac{1-3m}{4}$  باشد، حدود تغییرات  $m$  را بیابید.

اگر  $x$  زاویه‌ای در ناحیه دوم باشد و  $\cos x = \frac{-3}{5}$ ، سایر نسبت‌های مثلثاتی را بیابید.

معادله خطی بنویسید که محور عرض‌ها را در ۲ قطع کند و با جهت مثبت محور  $x$ ها زاویه  $135^\circ$  بسازد.

مقدار عددی عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{\cot^2 x}{1 + \cot^2 x}$$

جمع نمرات

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (ذکر دلیل لازم نیست).

الف)  $\sqrt[4]{(-2)^4} = (\sqrt[4]{-2})^4$

ب) عبارت  $\frac{3x - \sqrt{7}}{x^2}$ ، یک عبارت گویا است.

جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.

الف)  $\sqrt[3]{-17}$  بین دو عدد صحیح متوالی .....  $< \sqrt[3]{-17} < \dots$  است.

ب)  $a$  عددی مثبت است و  $\sqrt[3]{a} < a$ ،  $a$  عددی ..... است.

حاصل عبارتهای زیر را در صورت وجود ساده کنید.

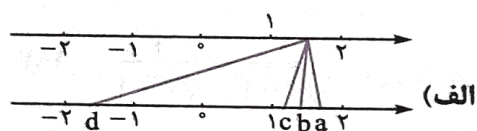
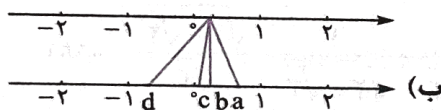
الف)  $\sqrt[7]{(-3)^7} =$

ب)  $\sqrt[5]{4^{-5}} =$

پ)  $\sqrt[4]{256} =$

ت)  $\sqrt[12]{(-5)^2} =$

در هر یک از اشکال زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. مشخص کنید هر کدام از اعداد  $a, b, c$  و  $d$  مربوط به کدام ریشه است.



حاصل عبارت  $\sqrt[3]{(\sqrt{3}-2)^3} - \sqrt[4]{(\sqrt{3}-2)^4} - \sqrt[5]{(\sqrt{3}-2)^5}$  را بیابید.

فرض کنید  $x$  یک عدد مثبت باشد. معادله  $\sqrt{5\sqrt{125}} = \sqrt{25^x}$  را حل کنید.

تجزیه کنید.

الف)  $2x^2 + 3x + 1$

ب)  $a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2$

یکی از دو عبارت زیر را به اختیار انتخاب کرده و ساده کنید.

الف)  $\frac{x^6 + 1}{x^6 + 2x^2 + 1}$

ب)  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+7}{x^2 + 2x - 3}$

عبارت زیر را گویا کنید.

الف)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}$

ب)  $\frac{(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})}{(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})}$



۱ جای خالی را با عبارتهای مناسب تکمیل کنید.

الف) در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $b^2 < 4ac$  باشد، معادله ..... ریشه دارد.

ب) معادله محور تقارن سهمی  $y = x^2 + \frac{x}{2} - 1$  به صورت ..... است.

پ) عبارت جبری  $1 + \frac{1}{x}$  به ازای مقادیر تعریف شده همواره ..... است.

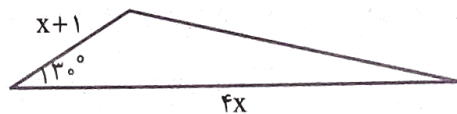
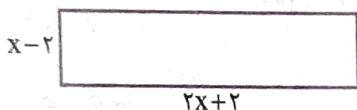
ت) اگر  $|-x| \leq 2$ ، آن گاه محدوده  $x$  به صورت ..... است.

۲ معادلات زیر را به روشهای خواسته شده حل کنید.

الف)  $x^2 + 3x = 3$  (مربع کامل کردن)

ب)  $-2x^2 + x + 3 = 0$  (فرمول کلی  $\Delta$ )

۳ اگر مساحت مستطیل و مثلث برابر باشند،  $x$  را به دست آورید.



۴ سهمی به معادله  $y = 2x^2 + 4x - 3$  داده شده است.

الف) مشخص کنید این سهمی ماکزیمم دارد یا مینیمم؟ چرا؟ (ب نمودار سهمی را رسم کنید.)

۵ خط  $x = \frac{2}{3}$  محور تقارن سهمی  $y = ax^2 - 2x + 4$  است. مختصات رأس این سهمی را بیابید.

$$P = \frac{|x|(x^2 - 4x + 3)}{(x-2)^2(-3x^2 - 2x - 7)}$$

۶ عبارت روبه رو را تعیین علامت کنید.

۷ نامعادله  $\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 2} \leq 0$  را حل کنید.

۸/۵  $|\frac{x-1}{2} - 1| \geq 3$

۸ مجموعه جواب نامعادله مقابل را به شکل بازه بنویسید.

۹/۵

۹ نامساوی  $3 < x < 12$  را به شکل یک نامعادله قدرمطلق بنویسید.

۱۰ جمع نمرات

- جای خالی را با عبارت‌های مناسب تکمیل کنید.
- الف) دامنه تابع  $f(x) = x^2 - 1$  برابر  $(0, +\infty)$  و برد آن  $(0, +\infty)$  است.
- ب) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع همانی است.
- پ) برد تابع  $f(x) = -(x+2)^2 + 3$  با دامنه  $[-3, 2]$  بازه  $[-13, 2]$  است.
- ت) برد تابع  $\{(1, 2), (3, -1), (4, 2)\}$  شامل ۳ عضو است.

اگر بدانیم رابطه  $f = \{(a, 5), (6, a^2 - 2), (3, -2), (6, 7), (3, b)\}$  یک تابع است. آن گاه حاصل  $\frac{f(-3) + f(3)}{f(6)}$  کدام است؟

- الف) تابعی مثال بزنید که دامنه آن ۴ عضو و برد آن ۵ عضو داشته باشد.
- ب) تابعی مثال بزنید که دامنه و برد آن مساوی باشند ولی تابع همانی نباشد.
- پ) ضابطه تابعی خطی با شیب منفی را به دست آورید به طوری که دامنه آن  $[-1, 4]$  و برد آن  $[-2, 1]$  باشد.

اگر  $f$  تابع همانی و  $g(x) = -4$  باشد، حاصل عبارت  $g(\frac{\sqrt{2}}{3}) - 3f(-8)$  را بیابید.

نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ x+2 & x < 0 \end{cases}$  را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید.

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax-3 & x < 0 \\ 2bx^2+7 & x > 0 \end{cases}$  از نقطه  $(-1, 3)$  عبور می‌کند. اگر  $f(2) = 5$  باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط  $(1, -2)$  و  $(2, -3)$  می‌گذرد و محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند. نمایش جبری این تابع را بیابید و نمودار آن را به کمک انتقال، رسم و دامنه و برد تابع را مشخص کنید.

نمودار  $y = |x|$  را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا انتقال داده‌ایم و نمودار جدیدی با نام  $f(x)$  به دست آمده است. حال به سؤالات زیر پاسخ دهید:

- الف) نمودار  $-f(1+x)$  را رسم کنید.
- ب) مقدار  $f(-3)$  را به دست آورید.
- نمودار تابع قطعه‌ای  $f$  داده شده است:
- الف) ضابطه آن را به دست آورید.
- ب) دامنه و برد آن را بیابید.

